

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS ESPECÍFICOS DE MATEMÁTICA

Esta prueba consta de 50 preguntas de selección múltiple, de cinco opciones cada una, de las cuales una sola es la respuesta correcta.

El tiempo asignado para responderla es de 150 minutos.

1. Si a un número de dos cifras cuya cifra de las decenas es m y la de las unidades es n se le suma 1, el número resultante es

- A) $m + n + 1$
- B) $10m + n + 1$
- C) $100m + 10n + 1$
- D) $1000m + 10n + 1$
- E) $10(m + n) + 1$

2. Si n es un entero positivo cualquiera, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) a tres enteros múltiplos consecutivos del entero k , siendo $k \neq 0$ y $k \neq 1$?

- I) $kn, kn + 1, kn + 2$
- II) $kn + k, kn + k + 1, kn + k + 2$
- III) $kn + k, kn + 2k, kn + 3k$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo II y III

3. $\left(\frac{2,03}{0,0203}\right)^3 \cdot 0,1 \cdot \left(\frac{0,572}{0,0572}\right)^{-2} =$

- A) 0,1
- B) 1
- C) 10
- D) 100
- E) 1000

4. En un período de 5 años la población de una pequeña ciudad creció de 10.000 a 12.400 habitantes, entonces el porcentaje de crecimiento en dicho período es

- A) 4,8 %
- B) 12,4 %
- C) 24 %
- D) 124 %
- E) 2.400 %

5. Sean $a = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}$, $b = \frac{2}{2 + \frac{2}{2+2}}$, $c = \frac{3}{3 + \frac{3}{3+3}}$. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) verdadera(s) ?

- I) $a \neq b \neq c$
- II) $b = 2a$
- III) $b = \frac{2}{3}c$

- A) Sólo I
 - B) Sólo I y II
 - C) Sólo I y III
 - D) I, II y III
 - E) Ninguna de ellas
6. ¿Cuál(es) de las siguientes desigualdades es(son) verdadera(s) para $n = 7$?

- I) $\frac{5}{2n+3} > \frac{3}{2n-3}$
- II) $\frac{3}{2n-3} > \frac{4}{2n+3}$
- III) $\frac{5}{2n+3} > \frac{4}{2n-3}$

- A) Sólo I y II
- B) Sólo I y III
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas

7. Si $b : a = 4 : 2$ y $b : c = 2 : 3$, entonces ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas ?

- I) $a : b : c = 1 : 2 : 3$
- II) $a : c = 1 : 3$
- III) $\frac{1}{b^2} : \frac{1}{a^2} = 1 : 4$

- A) Sólo I y II
- B) Sólo I y III
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas

8. El orden de los números : $M = \sqrt{6}$, $N = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $P = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ de menor a mayor es

- A) M, P, N
- B) P, N, M
- C) N, M, P
- D) M, N, P
- E) P, M, N

9. Si r es un número racional, ¿cuál(es) de los siguientes números es(son) **siempre** racional(es) ?

- I) $(\sqrt{2} - r)^2$
- II) $(\sqrt{2} + r)(\sqrt{2} - r)$
- III) $\frac{\sqrt{2} - r}{\sqrt{2} + r}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) I, II y III
- E) Ninguno de ellos

10. Si i es la unidad imaginaria, $i^2 + i^{-2} =$
- A) i
 - B) $-i$
 - C) 0
 - D) 1
 - E) -2
11. Si z es el número complejo $-i$, entonces la expresión $2z + z(3 + 2i) - iz + 5i =$
- A) i
 - B) 1
 - C) $-i$
 - D) -1
 - E) 0
12. Un estanque de base rectangular de 48 cm de largo y 25 cm de ancho contiene un líquido que alcanza una altura de 28 cm. ¿Qué altura debe tener otro estanque de base rectangular de 42 cm de largo por 20 cm de ancho para contener **exactamente** todo ese líquido?
- A) 17 cm
 - B) 36 cm
 - C) 39 cm
 - D) 40 cm
 - E) 42 cm
13. El precio de un producto fue aumentado en un 35%. Si se decide volver al precio original, ¿cuál de los siguientes porcentajes de rebaja sobre el nuevo precio debe hacerse para obtener el valor más cercano al original?
- A) 35 %
 - B) 30 %
 - C) 25 %
 - D) 20 %
 - E) 15 %

14. En una empresa trabajan 80 empleados cuyo sueldo promedio es de \$ 620.000 mensuales. Si x empleados ganan \$ 500.000 mensuales y el resto \$ 900.000, entonces una ecuación para calcular x es

- A) $5x + 9(80 - x) = 8 \cdot 62$
- B) $5x + 8(80 - x) = 9 \cdot 62$
- C) $8x + 62(80 - x) = 9 \cdot 5$
- D) $9x + 5(80 - x) = 8 \cdot 62$
- E) $62x + 8(80 - x) = 9 \cdot 5$

15. Un segmento AB que mide 50 cm está dividido internamente en tres partes que son entre sí como 3 : 5 : 7. Entonces, la parte mayor mide

- A) $\frac{50}{7}$ cm
- B) $\frac{70}{3}$ cm
- C) $\frac{56}{3}$ cm
- D) $\frac{175}{4}$ cm
- E) $\frac{150}{7}$ cm

16. Sea $u \neq 0$.

Si $\begin{cases} x - y - u = 0 \\ x - 2y + 3u = 0 \end{cases}$, entonces $\frac{x}{y} =$

- A) $-\frac{3}{2}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{2}{5}$
- D) $-\frac{2}{1}$
- E) $\frac{5}{4}$

17. $\left(2\sqrt{\frac{5}{2}} - 5\sqrt{\frac{18}{5}}\right)^2 =$

- A) -80
- B) -13
- C) 4
- D) 40
- E) 94

18. Si $r = 1 - \frac{1}{s}$, $s = 1 + \frac{2}{t}$, entonces $r + t =$

- A) $\frac{1+s^2}{s(s-1)}$
- B) $\frac{1-s}{s}$
- C) $\frac{(s-1)^2+2}{s-1}$
- D) $\frac{s^2+4s+1}{s(s-1)}$
- E) $\frac{s^2+4s-1}{s(s-1)}$

19. Si $M = \left(-\frac{7}{5}n+1\right)^2$ y $N = -\left(\frac{7}{5}n+1\right)^2$, entonces $M + N =$

- A) 2
- B) 0
- C) $-\frac{98}{25}n^2$
- D) $-\frac{28}{10}n$
- E) $-\frac{28}{5}n$

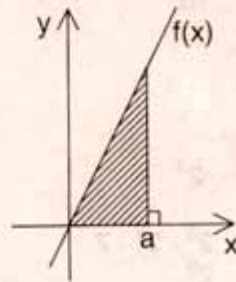
20. Una tubería operando sola llena un depósito de petróleo en a horas. Otra tubería operando sola lo llena en b horas. Si ambas tuberías operan simultáneamente, el tiempo que demoran en llenar el depósito, expresado en horas, es

- A) $a + b$
- B) $\frac{2}{a+b}$
- C) $\frac{ab}{a+b}$
- D) $\frac{a+b}{ab}$
- E) $\frac{a+b}{2}$

21. Si $f(x) = 2x$ y $a > 0$, entonces el perímetro del triángulo rectángulo sombreado de la figura 1 es

- A) $3a$
- B) $6a$
- C) $3a(1 + \sqrt{5})$
- D) $a(3 + \sqrt{5})$
- E) $3a + \sqrt{5}$

fig. 1



22. Al aumentar en t unidades cada lado de un cuadrado de lado m , la variación que experimenta el área es

- A) t^2
- B) $t^2 + 2tm$
- C) $t^2 + tm$
- D) $t^2 + 2tm - m^2$
- E) $t^2 + tm - m^2$

23. Se desea fabricar una caja sin tapa de base cuadrada, cortando cuadrados de 3 cm de lado en las esquinas de una lámina cuadrada, y doblando hacia arriba los lados. Para que la caja tenga un volumen de 48 cm^3 , el lado de la lámina debe medir

- A) 8 cm
- B) 9 cm
- C) 10 cm
- D) 12 cm
- E) 16 cm

24. Si $a = 10^{-2}$, entonces $\frac{a^{-1} \cdot a^{-2}}{a^{-3} \cdot a} =$

- A) 10^0
- B) 10
- C) 10^2
- D) 10^4
- E) 10^5

25. $2^9 - 2^3 =$

- A) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$
- B) 2^6
- C) $2^3 \cdot 7$
- D) $2^2 \cdot 3$
- E) 2^3

26. $\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{18} =$

- A) $\sqrt{2}$
- B) $\sqrt{8}$
- C) $\sqrt{12}$
- D) $\sqrt{28}$
- E) $\sqrt{72}$

27. ¿Para qué valor de x se cumple la siguiente igualdad :

$$3^x + 3^{x+4} + 3^{x-1} = \frac{247}{27} ?$$

- A) - 5
- B) - 4
- C) - 3
- D) - 2
- E) - 1

28. Si $M = a(1 + p)^n$, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) válida(s) ?

$$I) p = \sqrt[n]{\frac{M-a}{a}}$$

$$II) \sqrt[n]{a} = \frac{\sqrt[n]{M}}{1+p}$$

$$III) n = \frac{\log M - \log a}{\log(1+p)}$$

- A) Sólo I
- B) Sólo I y III
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas

29. Si $\sqrt[5]{x+1} = -2$, entonces $\frac{1}{2}(x-1) =$

- A) - 6
- B) - 15
- C) - 16
- D) - 16,5
- E) - 17

30. Si $6^x = 5^y$, entonces $\frac{x}{y} =$

A) $\frac{5}{6}$

B) $\sqrt[5]{6}$

C) $\sqrt[6]{5}$

D) $\log \frac{5}{6}$

E) $\frac{\log 5}{\log 6}$

31. Si $a = 3b$, entonces $\log_3 a - \log_3 b =$

A) -1

B) 1

C) 0

D) 3

E) $\frac{1}{2}$

32. Si 3 y -5 son las raíces (o soluciones) de la ecuación $x^2 + px + q = 0$, entonces $p^2 - 2q =$

A) 19

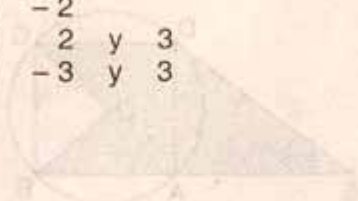
B) 26

C) 30

D) 34

E) 94

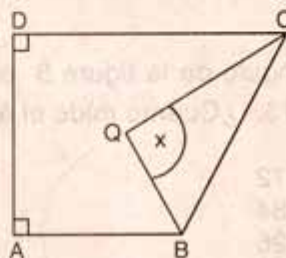
33. Para un entero n , si $2^{2n-1} + 2^{n-1} - 3 = 0$, entonces $2^n =$
- A) -2 y 3
 B) 2
 C) -2
 D) 2 y 3
 E) -3 y 3



34. En el trapecio rectángulo $ABCD$ de la figura 2, las bisectrices \overline{QB} y \overline{QC} de los ángulos en B y en C , respectivamente, forman un ángulo x que mide

- A) 45°
 B) 60°
 C) 75°
 D) 90°
 E) 105°

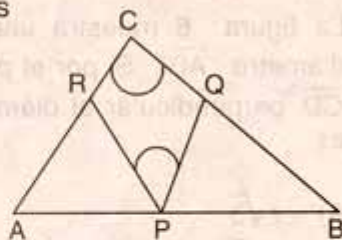
fig. 2



35. En el $\triangle ABC$ de la figura 3, $\overline{PB} = \overline{QB}$ y $\overline{AP} = \overline{AR}$. Si $\sphericalangle ACB$ mide 80° , entonces la medida del $\sphericalangle RPQ$ es

- A) 40°
 B) 45°
 C) 50°
 D) 60°
 E) 80°

fig. 3



36. En la figura 4: ABCD es un cuadrado inscrito en la circunferencia de centro O, $\angle DEA$ mide 30° y el radio de la circunferencia mide 5. Entonces el área de la superficie sombreada mide

- A) $24 + 16\sqrt{3}$
 B) $50 + 25\sqrt{3}$
 C) $12 + 16\sqrt{3}$
 D) $\frac{75}{2} + \sqrt{3}$
 E) $\frac{75}{2} + 25\sqrt{3}$

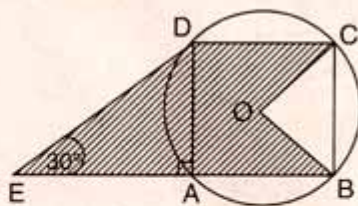
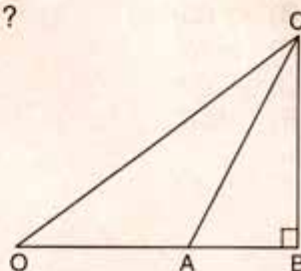


fig. 4

37. El triángulo de la figura 5 es rectángulo en B, $\overline{OC} = 20$, $\overline{AB} = 5$ y $\overline{AC} = 13$. ¿Cuánto mide el área del $\triangle OBC$?

- A) 72
 B) 84
 C) 96
 D) 100
 E) 120

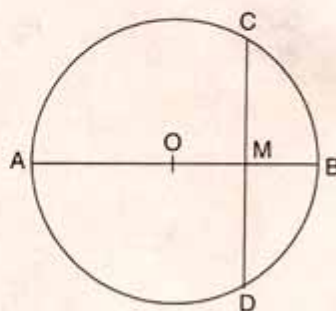
fig. 5



38. La figura 6 muestra una circunferencia de centro O, radio r y diámetro \overline{AB} . Si por el punto medio M de \overline{OB} , se dibuja la cuerda \overline{CD} perpendicular al diámetro, entonces la longitud de la cuerda \overline{CD} es

- A) $r\sqrt{3}$
 B) $r\sqrt{2}$
 C) $\frac{3}{2}r\sqrt{3}$
 D) $\frac{2}{3}r\sqrt{3}$
 E) $\frac{3}{2}r$

fig. 6



39. En la circunferencia de centro O de la figura 7, el \sphericalangle ACB inscrito mide 35° , entonces \sphericalangle $x =$

- A) $17,5^\circ$
 B) 70°
 C) 35°
 D) 45°
 E) 55°

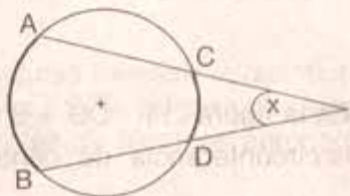
fig. 7



40. En la figura 8 se muestra una circunferencia donde el arco AB es $\frac{1}{3}$ de la circunferencia y el arco CD es $\frac{1}{5}$ de la circunferencia. Entonces el \sphericalangle x mide

- A) 24°
 B) 30°
 C) 36°
 D) 48°
 E) 60°

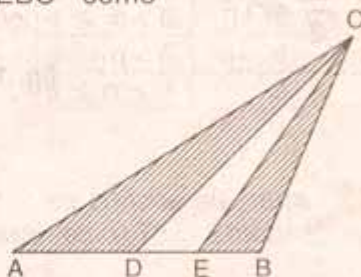
fig. 8



41. En el $\triangle ABC$ de la figura 9, \overline{AD} es el doble de \overline{EB} . Entonces el área del $\triangle ADC$ es al área del $\triangle EBC$ como

- A) $1:2$
 B) $1:4$
 C) $4:1$
 D) $3:1$
 E) $2:1$

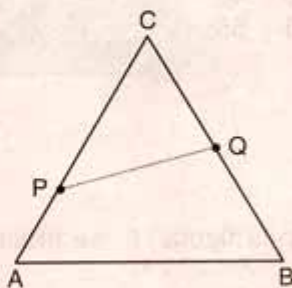
fig. 9



42. En la figura 10, el $\triangle ABC$ es equilátero. P y Q son puntos tales que $\overline{CP} = \frac{2}{3}\overline{CA}$ y Q es punto medio de \overline{CB} . La razón entre el área del cuadrilátero ABQP y el área del $\triangle ABC$ es

- A) $\frac{2}{3}$
 B) $\frac{3}{4}$
 C) $\frac{3}{5}$
 D) $\frac{1}{2}$
 E) $\frac{1}{3}$

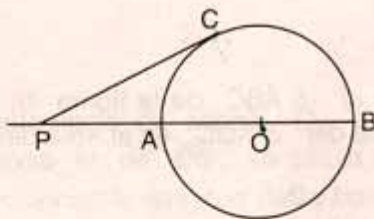
fig. 10



43. En la figura 11, $\overline{OB} = 3$ cm y $\overline{PC} = 4$ cm. \overline{PC} es tangente en C a la circunferencia de centro O y radio \overline{OB} . Entonces $\overline{PB} =$

- A) 5 cm
 B) 8 cm
 C) 12 cm
 D) 14 cm
 E) $\frac{32}{3}$ cm

fig. 11



44. En el $\triangle ABC$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 9$ y $\overline{CA} = 12$ y en el $\triangle A'B'C'$, $\overline{A'B'} = 5$, $\overline{B'C'} = 3$ y $\overline{C'A'} = 4$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)? (fig. 12)

- I) $\alpha = \frac{\alpha'}{3}$
 II) $\frac{h'_c}{h_c} = \frac{1}{3}$
 III) $\frac{\text{Área } \triangle A'B'C'}{\text{Área } \triangle ABC} = \frac{1}{9}$

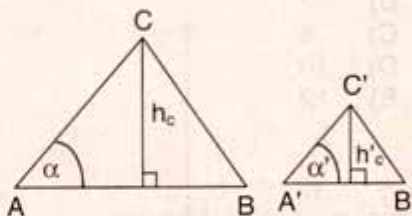


fig. 12

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo I y III
 D) Sólo II y III
 E) I, II y III

45. La información que se indica en la tabla adjunta muestra la distribución de la nota final n de un curso de 20 alumnos. Si la asignatura se aprueba con nota mínima 4, entonces el porcentaje de alumnos aprobados del curso es

- A) 97 %
 B) 85 %
 C) 50 %
 D) 20 %
 E) 17 %

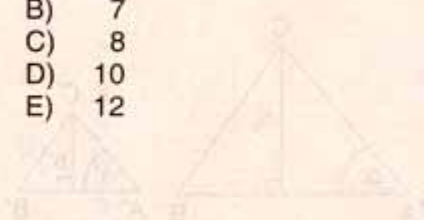
| Nota | Número de Alumnos |
|-------------------|-------------------|
| $1 \leq n < 2$ | 0 |
| $2 \leq n < 3$ | 1 |
| $3 \leq n < 4$ | 2 |
| $4 \leq n < 5$ | 10 |
| $5 \leq n < 6$ | 4 |
| $6 \leq n \leq 7$ | 3 |

46. En el $\triangle ABC$ isósceles de base \overline{AB} , se conoce su altura 1,2 m y el valor de la tangente del ángulo basal es 0,75. Entonces el área del $\triangle ABC$ es

- A) $1,92 \text{ m}^2$
 B) $1,28 \text{ m}^2$
 C) $1,6 \text{ m}^2$
 D) $6,4 \text{ m}^2$
 E) $9,6 \text{ m}^2$

47. Hay 5 puntos en el plano, de los cuales ningún trío son puntos colineales. Entonces el total de triángulos cuyos vértices son un trío cualquiera de estos puntos es

- A) 5
B) 7
C) 8
D) 10
E) 12



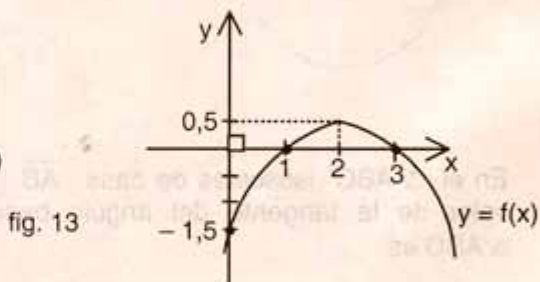
48. ¿Para qué valores de k se cumple que el determinante de la matriz

$$\begin{bmatrix} 8 & -k \\ k+1 & 1 \end{bmatrix} \text{ es } 20 ?$$

- A) -4 y 2
B) 4 y -3
C) -4 y 3
D) 4 y -2
E) $\frac{-1-\sqrt{47}i}{2}$ y $\frac{-1+\sqrt{47}i}{2}$

49. ¿Cuál de las ecuaciones siguientes corresponde al gráfico de la parábola $y = f(x)$ de la figura 13 ?

- A) $y = (x-1)(x-3)$
B) $y = 0,5(x-2)^2$
C) $y = -0,5(x-2)^2$
D) $y = 0,5(x-1)(x-3)$
E) $y = -0,5(x-1)(x-3)$

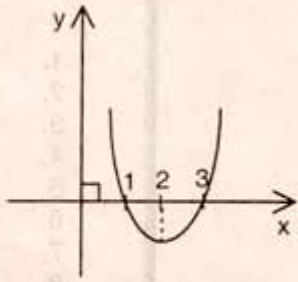


50. Sea $y = x^2 - 4x + 3$ la ecuación de la parábola graficada en la figura 14. Sean m_1 la pendiente de la recta tangente en $x = 1$, m_2 la pendiente de la recta tangente en $x = 2$ y m_3 la pendiente de la recta tangente en $x = 3$. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) verdadera(s) ?

- I) $m_1 + m_3 = 0$
- II) $m_1 \cdot m_2 = -1$
- III) $m_1 \cdot m_3 < 0$

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

fig. 14



CLAVES

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 1. | B | 26. | B |
| 2. | C | 27. | D |
| 3. | E | 28. | C |
| 4. | C | 29. | E |
| 5. | A | 30. | E |
| 6. | A | 31. | B |
| 7. | D | 32. | D |
| 8. | D | 33. | B |
| 9. | B | 34. | D |
| 10. | E | 35. | C |
| 11. | B | 36. | E |
| 12. | D | 37. | C |
| 13. | C | 38. | A |
| 14. | A | 39. | E |
| 15. | B | 40. | A |
| 16. | E | 41. | E |
| 17. | D | 42. | A |
| 18. | A | 43. | B |
| 19. | E | 44. | D |
| 20. | C | 45. | B |
| 21. | D | 46. | A |
| 22. | B | 47. | D |
| 23. | C | 48. | C |
| 24. | C | 49. | E |
| 25. | A | 50. | C |